Lösungen zu den

Beispielaufgaben für die Klasse 6

zum Themenbereich

„Statistik und Wahrscheinlichkeitsrechnung“

erstellt von den Kolleginnen und Kollegen der
Aufgabenentwicklergruppe für Vergleichsarbeiten in Klasse 6

Freie und Hansestadt Hamburg
Behörde für Bildung und Sport

Aufgabe 01:

a) Wasseranteil Spaghetti: $11\% \approx \frac{1}{10} = 10\%$ (geringe Differenz von 1%)

Wasseranteil Schwarzbrot: 39% ist deutlich größer als $\frac{1}{3} \approx 33\%$ (Differenz von ca.6 %)

b) Eiweißanteil Spaghetti: 13% $\approx \frac{1}{8} = 12{,}5\%$ (sehr geringe Differenz von 0,5%)

c) Kohlehydratanteil Spaghetti: 75% = $\frac{3}{4}$ (genauer Wert)

d) Eiweißanteil Schwarzbrot + Fettanteil Schwarzbrot = $7\% + 1\% = 8\%$

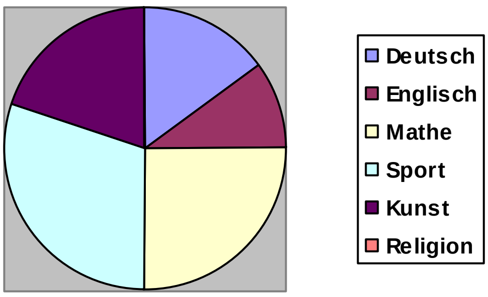
$\frac{1}{10} = 10\%$. Demnach gibt es einen Unterschied von 2%, der, gemessen an 10 %, relativ hoch ist.

Aufgabe 02:

a), b)

Lieblingsfach	**Schüler**	**absolute Häufigkeit**	**relative Häufigkeit (Bruch)**	**relative Häufigkeit (Prozentzahl)**
Deutsch	Petrus, Jonas, *Anna*	3	$\frac{3}{20}$	15%
Englisch	Simon, *Mascha*	2	$\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$	10%
Mathematik	*Melanie*, Josef, Luc, Manuel, *Bärbel*	5	$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$	25%
Sport	*Svenja*, Albert, Turgut, *Mara*, *Veronika*, *Monika*	6	$\frac{6}{20} = \frac{3}{10}$	30%
Kunst	*Stefanie*, *Katharina* Thomas, Jörg	4	$\frac{4}{20} = \frac{1}{5}$	20%
Religion	-	0	$\frac{0}{20} = 0$	0%

c)



d) $\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

e) 20%

Aufgabe 03:

a) 6 + 5 + 3 + 1 = 15 Kinder sind keine Einzelkinder.

b) Gesucht ist die Anzahl der Schüler mit genau 2 Geschwistern, nämlich 5.

c) Gesucht sind die Schüler mit mindestens 2 Geschwistern, also 5 + 3 + 1 = 9 Schüler.

d) Keine Geschwister: $\frac{13}{28} \approx$ 46 %

1 Geschwister: $\frac{6}{28} = \frac{3}{14} \approx$ 21 %

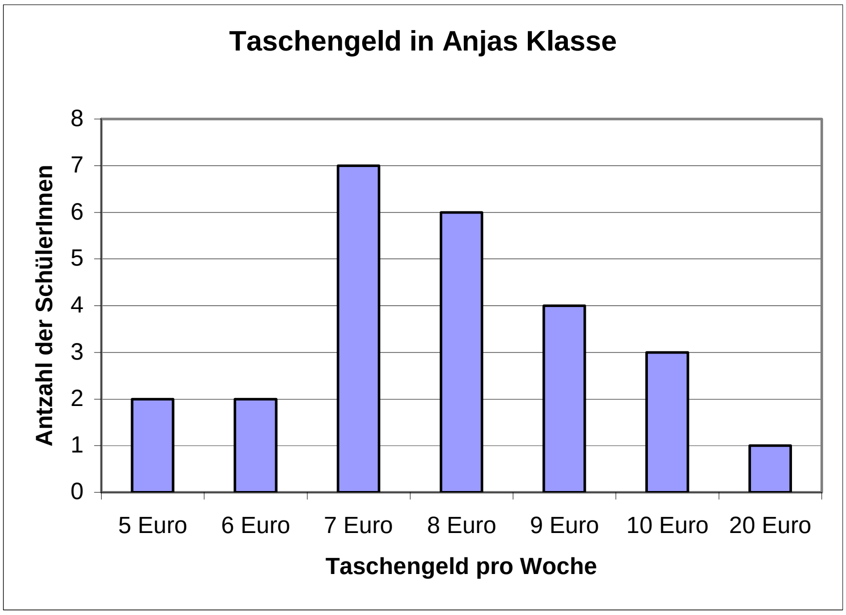
2 Geschwister: $\frac{5}{28} \approx$ 18 %

3 Geschwister: $\frac{3}{28} \approx$ 11 %

4 Mehr Geschwister: $\frac{1}{28} \approx$ 4 %

Aufgabe 04:

a)



b) Modalwert: 7€ (7 Schüler); Zentralwert (Median): 8€ (13. Stelle);
Mittelwert: 205 : 25 =8,20€

c) 7€ ist zwar der häufigste Wert, doch sowohl der Zentralwert als auch der Klassendurchschnitt liegen über 7€. Das spricht für eine Taschengelderhöhung.

Aufgabe 05:

a) $p(wei\ss) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$ = 60 %;

Die Wahrscheinlichkeit, eine weiße Kugel zu ziehen beträgt $\frac{3}{5}$ (60 %). Die Schülerinnen und Schüler müssen nicht zwingend diese Notation verwenden, der Rechenweg sollte jedoch erkennbar sein.

b) Clara hat Recht. Auch wenn die Anzahl der roten und schwarzen Kugeln nicht verändert worden sind, so ändert sich doch die Wahrscheinlichkeit eine solche zu ziehen. Man muss nicht nur die Anzahl der günstigen Ereignisse(rote und schwarze Kugel), sondern auch die Gesamtzahl (alle Kugeln in der Urne) berücksichtigen.

Aufgabe 06:

a) $\text{p(Petra)} = \frac{1}{29}$

b) Häufigkeit, mit der Wanja ausgelost wird: $\frac{1}{29} \cdot 145 = 5$. Wanja wird im nächsten Schuljahr in etwa 5 mal ausgelost. (Anmerkung: Die Wahrscheinlichkeit, dass Wanja **genau** 5 mal ausgelost wird, beträgt jedoch „nur“ ca. 18 %.)

c) Es kann tatsächlich (mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 0,6 %) passieren, dass Kim im nächsten Schuljahr immer ihre Hausaufgaben machen muss. Dadurch, dass die Namen immer wieder in die Kiste zurückgelegt werden, ist die Chance bei jedem Ziehen immer wieder gleich groß, das Spiel beginnt quasi von neuem. Sie wird nicht größer, je länger Kim nicht gezogen worden ist. Dazu müssten die gezogenen Namen draußen bleiben.

Aufgabe 07:

Da die Gewinnchancen $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{3}$ betragen, bietet sich als eine Möglichkeit ein Würfelspiel an. Es wird mit einen ganz normalen Spielwürfel gewürfelt. Wenn eine bestimmte, vorher festgelegte, Zahl gewürfelt wird, erhält man den Hauptgewinn. Würfelt man eine von zwei weiteren, vorher festgelegen Zahlen, erhält man einem Trostpreis. Es sind alle möglichen Variationen denkbar.

Eine weitere Möglichkeit bietet ein Glücksrad. Der Sektor für den Hauptgewinn muss 60° groß sein, der für die Trostpreise 120°. Auch hier sind viele Variationen denkbar, etwa zusammenhängende oder nicht zusammenhängende Sektoren, Farbgebung usw.. Es ist entweder eine genaue Beschreibung oder eine Kreisdiagramm notwendig.

Eine weitere Möglichkeit bietet eine Urne mit sechs Kugeln, von denen eine rot (Hauptgewinn), zwei grün (Trostpreise) und drei weiß (Nieten) sind. Auch Vielfache dieser Anzahlen sind möglich.

Aufgabe 08:

a) relative Häufigkeiten:

Augenzahl	1	2	3
Anzahl	$\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$	$\frac{22}{60} = \frac{11}{30}$	$\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

b) Das Ergebnis ist in der Tat recht auffällig, denn alle Zahlen wurden annähernd gleich häufig gewürfelt.

Wäre der Würfel fair (ungefälscht, ein „mathematischer“ Würfel aus homogenem Material), dann wäre die Wahrscheinlichkeit, mit diesem Würfel eine „1“ zu würfeln, mit $p = \frac{1}{2}$ deutlich größer als eine „2“ ($p = \frac{1}{3}$) oder eine „3“ ($p = \frac{1}{6}$). Dementsprechend würde man relative Häufigkeiten erwarten, die diesen Wahrscheinlichkeiten in etwa entsprechen.

Natürlich kann auch bei einem fairen Würfel der Zufall bei 60 Würfen die genannten Häufigkeiten liefern; das ist aber ziemlich unwahrscheinlich. Die Vermutung, dass der Würfel gefälscht ist, drängt sich auf.

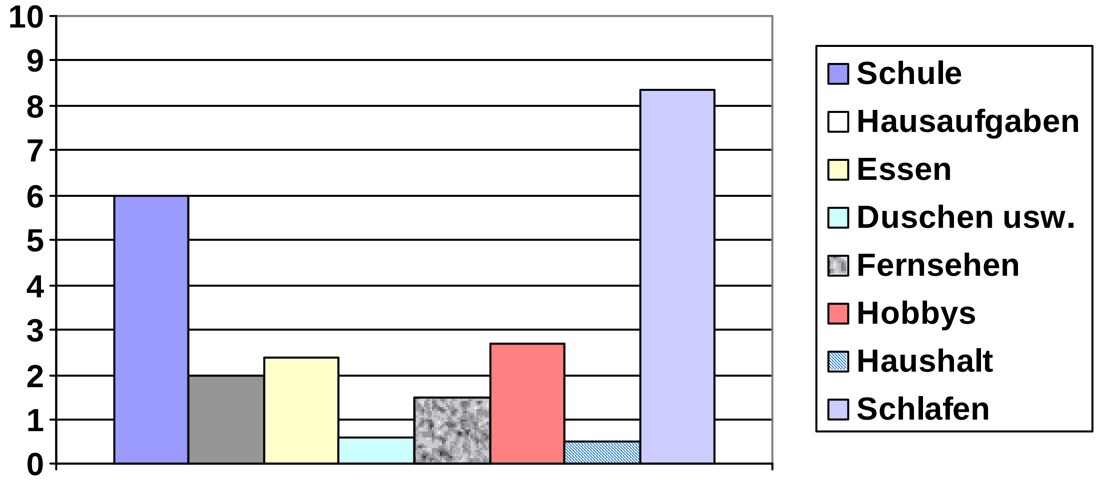
Aufgabe 09:

a) Der Tag hat 24 Stunden.

Ein Viertel davon (Unterricht und Schulweg) sind	6 Stunden	
Hausaufgaben	2 Stunden	
Ein Zehntel davon (Mahlzeiten) sind	2 Stunden	24 Minuten
Ein Vierzigstel davon (Körperpflege) sind		36 Minuten
Fernsehen	1 Stunde	30 Minuten
Ein Achtel davon (Hobbys) sind	3 Stunden	
Haushalt		30 Minuten
	16 Stunden	0 Minuten

Es bleiben 8 Stunden.

b)



Aufgabe 10:

a) Es ist naheliegend zu vermuten, dass die Wahrscheinlichkeiten für die Seiten 1 und 2 genauso groß sind wie die für die Seiten 3 und 4. Entsprechend müssten auch die relativen Häufigkeiten und die absoluten Anzahlen ähnlich groß sein. Daher kann man annehmen, dass die Häufigkeit 5 zur Seite 1 oder 2 und die Häufigkeit 10 zur Seite 2 oder 1 gehört. Eine genauere Zuordnung ist nachträglich nicht möglich. Weiterhin ist zu vermuten, dass die Seite OBEN wesentlich häufiger auftritt als die Seiten 1 bis 4. Daher gehört die

Häufigkeit 23 als deutlich größter Wert, der noch zuzuordnen ist, wahrscheinlich zur Seite OBEN.

(Der Aufgabensteller hat *vor* dem Versuch sogar vermutet, dass die Häufigkeiten für die Seiten OBEN und UNTEN viel näher beieinander liegen als im obigen Versuch. Sollte solch eine Vermutung auch unter Schülern auftreten, könnte das Ergebnis des Versuchs ein willkommener Anlass zu weiteren Untersuchungen von Legosteinen im Unterricht sein.)

b) Insgesamt hat Lolo 5+8+48+6+23+10 = 100 Würfe gemacht. Bei zweihundert Würfen könnte er die 4 etwa 16mal erwarten. Oder man benutzt die Annahme, dass die Seiten 1 bis 4 gleichwahrscheinlich fallen und benutzt den Mittelwert der relativen Häufigkeiten als Schätzer für die Wahrscheinlichkeit jeder dieser vier Zahlen. Dann würde sich mit der Zwischenrechnung $\frac{5+8+6+10}{4}$ = $\frac{29}{4}$ = 7,25 die relative Häufigkeit $\frac{7{,}25}{100}$ und damit die zu erwartende Häufigkeit der 4 bei 200 Würfen zu $\frac{7{,}25}{100} \cdot 200$ = 14,5 ergeben (oder direkt $7{,}25 \cdot 2$ = 14,5 rechnen). Dann wäre also etwa 15mal die 4 zu erwarten.

Anmerkung: Dieser enorme Unterschied der beiden Ergebnisse sollte im Unterricht Anlass sein, über Zufallsschwankungen nachzudenken und die falsche Vorstellung abzubauen, dass man bei 100 Wiederholungen mit der relativen Häufigkeit eines Ereignisses immer „in die Nähe“ von dessen Wahrscheinlichkeit kommt oder gar sie genau trifft. 100 ist in der Statistik noch eine ziemlich kleine Versuchszahl!