

Gedämpfte Schwingungen

Präsentationsprüfung Mathematik

Gliederung

1) Exponentialfunktion und sin-Funktion

- Die Exponentialfunktion, die Basis e und die Ableitung der Exponentialfunktion
- Die Sinus-Funktion und die Bedeutung der Parameter

2) Die Eigenschaften der gedämpften Schwingung

- Das Federpendel und die harmonische Schwingung
- Das Federpendel und die gedämpfte Schwingung
- Die Modellierung der vorgegebenen Daten
- *Die zugehörige Differentialgleichung*

Die Exponentialfunktion, die Basis e und die Ableitung der Exponentialfunktion

- Formen: $f(t) = b \cdot a^t$ oder $f(t) = b \cdot a^{c \cdot t}$
- $f(0) = b$
- Einfluss von a
- Bedeutung von c
- Bedeutung der Eulerschen Zahl e .

$$f(t) = b \cdot e^{c \cdot t} \quad f'(t) = b \cdot c \cdot e^{c \cdot t}$$

Die Sinus-Funktion und die Bedeutung der Parameter

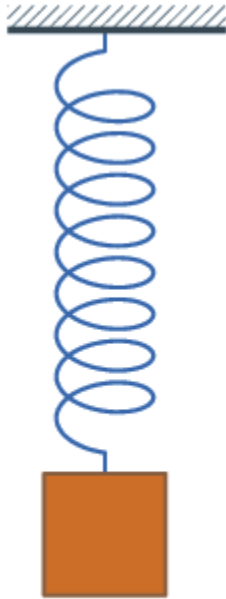
- $g(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$
- Normalfall $A = 1; \omega = 1; \varphi = 0$
- Amplitude A
- Kreisfrequenz ω .
- Phasenverschiebung φ .
- Ableitung $g'(t) = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$

Das Federpendel und die harmonische Schwingung

- Reibungsfreie Schwingung

$$g(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

- Zusammenhang von Kreisfrequenz Masse und Federkonstante $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$
- Bedeutung von A.



Das Federpendel und die gedämpfte Schwingung

- Einfluss der Reibung.
- Auswirkung der Reibung auf den Funktionsterm

$$x(t) = A \cdot e^{c \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi)$$

- Bedeutung von $c < 0$

Die Modellierung der vorgegebenen Daten

- $t=0$ liefert $A = 20$
- $\varphi = -\frac{\pi}{2}$
- $\omega = 3$
- c : der Punkt $(3,12; -2,2471)$ liefert die Gleichung $-2,2471 = 20e^{3,12c} \sin(3 \cdot 3,12 + \frac{\pi}{2})$ mit der Lösung $c = -0,7$
- Gesuchte Funktion :

$$x(t) = 20e^{-0,7t} \sin(3t + \frac{\pi}{2})$$

Differentialgleichung

- Differentialgleichung :

$$m\ddot{x} + R\dot{x} + Dx = 0 \quad \text{oder} \quad r\ddot{x} + s\dot{x} + x = 0$$

- Ableitungen

$$- \dot{x}(t) = -14e^{-0,7t} \sin(3t + \frac{\pi}{2}) + 60e^{-0,7t} \cos(3t + \frac{\pi}{2})$$

$$- \ddot{x}(t) = -170,2e^{-0,7t} \sin(3t + \frac{\pi}{2}) - 82e^{-0,7t} \cos(3t + \frac{\pi}{2})$$

- Lösung: $r \approx 0,025$ $s \approx -0,3$

Quellen

- <http://de.wikipedia.org/wiki/Federpendel>
- [http://de.wikipedia.org/wiki/Gedämpfte Schwingung](http://de.wikipedia.org/wiki/Ged%C3%A4mpfte_Schwingung)
- Schülerduden Physik